



(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{3x-9}{x-9}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

a. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.

b. Rút gọn biểu thức B .

c. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{B \cdot x}{A}$ với $x > 1, x \neq 9$.

Câu 2. (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Trong dịp nghỉ lễ 30-4 và 1-5, một người đi xe máy từ thành phố A về thị trấn B. Vì người tham gia giao thông đông hơn bình thường nên mỗi giờ người đó đi chậm hơn dự định 15 km và đến B chậm hơn dự định là 1 giờ 30 phút. Tính vận tốc mà người đó dự định đi, biết quãng đường AB dài 175 km.

Câu 3. (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3(x^2 - 4x) + 2\sqrt{2y-1} = -6 \\ x^2 - 4x - \sqrt{2y-1} = -7 \end{cases}$$

2. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2mx - 2m + 1$.

a. Tìm giá trị thực của m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

b. Gọi $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ là hai giao điểm của đường thẳng d với parabol (P) . Tìm biểu thức liên hệ giữa y_1 và y_2 độc lập với tham số m .

Câu 4. (3,5 điểm) Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$. M là điểm chạy trên cung nhỏ AC . Gọi P và Q là hình chiếu của B lên đường thẳng MA và MC . BK là đường cao của ΔABC .

a. Chứng minh bốn điểm B, P, M, Q cùng thuộc một đường tròn.

b. Chứng minh $\frac{BP}{BQ} = \frac{AB}{BC}$.

c. Chứng minh P, K, Q thẳng hàng.

d. Nếu $BP \cdot MA + BQ \cdot MC = 4R^2$ và M, B nằm khác phía đối với AC thì tam giác ABC là tam giác gì?

Câu 5. (0,5 điểm) Cho a, b, c là ba số thực khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$. Chứng minh:

$$\frac{1}{a^{2019}} + \frac{1}{b^{2019}} + \frac{1}{c^{2019}} = \frac{1}{a^{2019} + b^{2019} + c^{2019}}$$

----- HẾT -----



ĐÁP ÁN BÀI TRẢI NGHIỆM MÔN TOÁN VÀO 10 NĂM 2091

HƯỚNG DẪN CHUNG

- Điểm toàn bài để lên đến 0.25 điểm.
- Bài 4 thí sinh vẽ hình sai trong phạm vi câu nào không tính điểm câu đó.
- Nếu thí sinh có cách làm khác thì giám khảo căn cứ vào hướng dẫn để cho điểm tương ứng một cách phù hợp.
- Hướng dẫn chấm gồm 04 trang.

HƯỚNG DẪN CHẤM (ĐỀ CHÍNH THỨC)

| CÂU | Ý | ĐÁP ÁN | Điểm |
|----------------------|---|--|---|
| Câu 1 2.0 điểm | a. | Tính giá trị biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ với $x=16$. | 0.5đ |
| | | Thay $x=16$ (thỏa mãn điều kiện) vào A : | 0.25đ |
| | | Ta có $A = \frac{\sqrt{16}-1}{\sqrt{16}-3} = 3$. | 0.25đ |
| | b. | Rút gọn $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{3x-9}{x-9}$ | 1.0đ |
| | | $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{3x-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$ | 0.25đ |
| | | $B = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3) + \sqrt{x}(\sqrt{x}-3) - (3x-9)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$ | 0.25đ |
| | | $B = \frac{3(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$ | 0.25đ |
| | | $B = \frac{3}{\sqrt{x}-3}$. | 0.25đ |
| | | c. | Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{B \cdot x}{A}$ với $x > 1, x \neq 9$. |
| | Ta có $P = \frac{3x}{\sqrt{x}-3} : \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} \Leftrightarrow P = \frac{3x}{\sqrt{x}-1} \Leftrightarrow P = 3\left(\sqrt{x} + 1 + \frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)$. | | 0.25đ |
| | Ta có: $\sqrt{x}-1 + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x}-1)\frac{1}{\sqrt{x}-1}} = 2$ suy ra $P \geq 3(2+2) = 12$. | | 0.25đ |
| | Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{x}-1 = \frac{1}{\sqrt{x}-1} \Rightarrow x = 4$. Vậy GTNN của $P = 12$ khi $x = 4$. | | |
| | Câu 2 | | Tính vận tốc dự định ... |



| | | | |
|---|--|---|-------------|
| 2.0 điểm | | Đổi 1 giờ 30 phút = $\frac{3}{2}$ giờ. Gọi vận tốc dự định của người đó là x (km/h) ($x > 15$). | 0.25đ |
| | | Thời gian dự định đi của người đó là: $\frac{175}{x}$ (giờ). | 0.25đ |
| | | Thời gian thực tế đi là $\frac{175}{x-15}$ (giờ). | 0.25đ |
| | | Theo đầu bài người đó đến B muộn hơn dự định $\frac{3}{2}$ (giờ): $\frac{175}{x-15} - \frac{175}{x} = \frac{3}{2}$ | 0.25đ |
| | | $350x - 350(x-15) = 3x(x-15)$ | 0.25đ |
| | | $x^2 - 15x - 1750 = 0$ | 0.25đ |
| | | Ta được nghiệm $\begin{cases} x = 50 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = -35 \text{ (loại)} \end{cases}$. | 0.25đ |
| | | Vậy vận tốc dự định của người đó là 50 (km/h). | 0.25đ |
| Câu 3 2.0 điểm | 1. Giải hệ phương trình | | 1.0đ |
| | | Điều kiện: $y \geq -\frac{1}{2}$. | 0.25đ |
| | | Đặt $a = x^2 - 4x$, $b = \sqrt{2y-1}$, đk: $b \geq 0$, $a \geq -4$. | |
| | | Hệ đã cho tương đương với $\begin{cases} 3a + 2b = -6 \\ a - b = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 3 \end{cases}$. | 0.25đ |
| | | Suy ra $\begin{cases} x^2 - 4x = -4 \\ \sqrt{2y-1} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$. | 0.25đ |
| | | Vậy hệ phương trình có nghiệm $x = 2$ và $y = 5$. | 0.25đ |
| | 2. Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng d: $y = 2mx - 2m + 1$. | | 1.0đ |
| | a. Tìm giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt | | 0.5đ |
| | | Số giao điểm của đường thẳng d và parabol (P) là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 = 2mx - 2m + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$ (1). | 0.25đ |
| | | Để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi đó $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$. Vậy $m \neq 1$. | 0.25đ |
| b. Tìm biểu thức liên hệ giữa y_1, y_2 độc lập với tham số m. | | 0.5đ | |
| | Do $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ là hai giao điểm của đường thẳng d và parabol (P) nên ta có $y_1 = x_1^2$, $y_2 = x_2^2$. Mặt khác x_1 và x_2 cũng là nghiệm của phương trình (1). | 0.25đ | |



Ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = 2m - 1 \end{cases}$

Suy ra $\begin{cases} y_1 + y_2 = x_1^2 + x_2^2 \\ y_1 y_2 = x_1^2 x_2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 + y_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 \\ y_1 y_2 = (x_1 x_2)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y_1 + y_2 = 4m^2 - 4m + 2 \\ y_1 y_2 = (2m - 1)^2 \end{cases} \Rightarrow y_1 + y_2 - y_1 y_2 = 1$

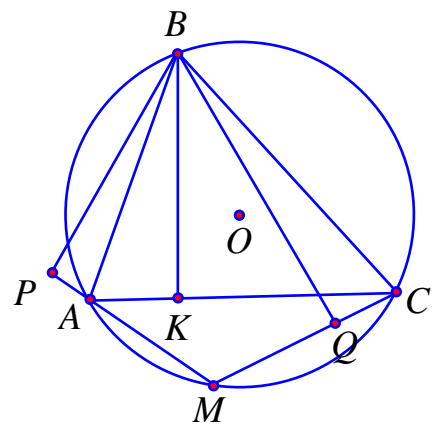
Vậy biểu thức liên hệ giữa y_1 và y_2 độc lập với tham số m là: $y_1 + y_2 - y_1 y_2$.

0.25đ

Câu 4
3.5
điểm

a. Chứng minh bốn điểm B, P, M, Q cùng thuộc một đường tròn.

1.0đ



Vẽ hình đến ý a

0.25đ

Do $BP \perp MA \Rightarrow BPM = 90^\circ$

0.25đ

có $BQ \perp MC \Rightarrow BQM = 90^\circ$

0.25đ

Ta có $BPM + BQM = 180^\circ$, hay bốn điểm B, P, M, Q cùng nằm trên một đường tròn.

0.25đ

b. Chứng minh $\frac{BP}{BQ} = \frac{AB}{BC}$.

1.0đ

Ta có $BAP + BAM = 180^\circ$, mà $BAM + BCM = 180^\circ$ ($ABCM$ nội tiếp).

0.25đ

Suy ra $BAP = BCQ$ (cùng bù BAM).

Xét $\triangle APB$ và $\triangle CQB$ có $P = Q = 90^\circ$, $BAP = BCQ$ (chứng minh trên)

0.25đ

Suy ra $\triangle BPA \sim \triangle BQC$ (g.g).

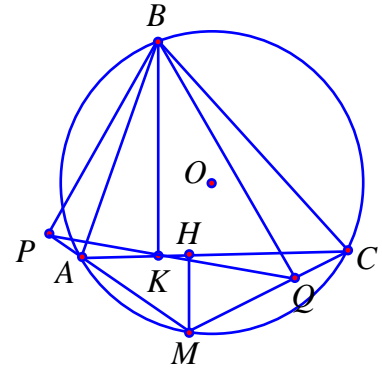
0.25đ

Ta có $\frac{BP}{BQ} = \frac{BA}{BC}$.

0.25đ

c. Chứng minh P, K, Q thẳng hàng.

1.0đ



Chứng minh tứ giác $AKBP$ nội tiếp

0.25đ

Suy ra $BAP = BKP$

Chứng minh tứ giác $BKQC$ nội tiếp

0.25đ

Suy ra $BCQ + BKQ = 180^\circ$

Theo chứng minh trên $BAP = BCQ$

0.25đ

nên $BKP + BKQ = 180^\circ$

Vậy P, K, Q thẳng hàng

0.25đ



| | | |
|--------------|--|-------------|
| | d. Tam giác ABC là tam giác gì? | 0.5đ |
| | <p>Ta có $S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} AM \cdot BP$, $S_{\triangle BCM} = \frac{1}{2} BQ \cdot MC$.</p> <p>Suy ra $BP \cdot MA + BQ \cdot MC = 2(S_{\triangle ABM} + S_{\triangle BCM}) = 2S_{\triangle ABC}$.</p> <p>Gọi H là chân đường cao hạ từ M xuống AC</p> $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABH} + S_{\triangle AHC} = \frac{1}{2} AC(BK + MH).$ <p>Từ đó ta có $BP \cdot MA + BQ \cdot MC = AC \cdot (BK + MH) = 4R^2$</p> | 0.25đ |
| | <p>Do $BK + MH \leq BM \Rightarrow AC \cdot BM \geq 4R^2$ (1).</p> <p>Mà AC, BM là các dây cung nên $AC \cdot BM \leq 4R^2$ (2).</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra $AC \cdot BM = 4R^2$ khi đó AC, BM là các đường kính vuông góc với nhau.</p> <p>Suy ra $\triangle ABC$ là tam giác vuông cân tại B.</p> | 0.25đ |
| Câu 5 | Chứng minh đẳng thức ... | 0.5đ |
| 0.5 điểm | $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c} \Rightarrow (a+b+c)(ab+bc+ca) = abc$ $\Leftrightarrow a^2b + ab^2 + b^2c + bc^2 + c^2a + ca^2 + 2abc = 0 \Leftrightarrow (a+b)(b+c)(c+a) = 0$ | 0.25đ |
| | <p>Xét $a = -b$ suy ra đẳng thức cần chứng minh</p> <p>Xét $b = -c$ suy ra đẳng thức cần chứng minh</p> <p>Xét $c = -a$ suy ra đẳng thức cần chứng minh</p> | 0.25đ |